

### یادآوری

در پایه‌های قبل با مفهوم احتمال و برخی تعاریف مرتبط با آن آشنا شده‌اید. در زیر خلاصه‌ای از این مطالب آورده شده است.

- ۱- پدیده تصادفی: پدیده یا آزمایشی است که نتیجه آن را نتوان قبل از انجام، به‌طور قطعی پیش‌بینی کرد.
- ۲- فضای نمونه: مجموعه تمام نتایج ممکن یک پدیده تصادفی را فضای نمونه آن پدیده می‌نامیم و معمولاً آن را با  $S$  نمایش می‌دهیم.
- ۳- پیشامد تصادفی: هر زیر مجموعه از  $S$  را یک پیشامد تصادفی در فضای نمونه‌ای  $S$  می‌نامیم.
- ۴- پیشامدها و اعمال روی آنها: فرض کنیم  $A$  و  $B$  پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند.
  - الف) اجتماع دو پیشامد: پیشامد  $A \cup B$  وقتی رخ می‌دهد که حداقل یکی از پیشامدهای  $A$  یا  $B$  رخ دهد.
  - ب) اشتراک دو پیشامد: پیشامد  $A \cap B$  وقتی رخ می‌دهد که هر دو پیشامد  $A$  و  $B$  رخ دهند.
  - پ) تفاضل دو پیشامد: پیشامد  $A - B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ دهد، ولی پیشامد  $B$  رخ ندهد.
  - ت) متمم یک پیشامد: پیشامد  $A'$  (یا  $A^c$ ) وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ ندهد.
- ۵- رابطه محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت‌های ممکن}}$$

۶- رابطه محاسبه احتمال اجتماع دو پیشامد  $A$  و  $B$ :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

۷- پیشامدهای ناسازگار : دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ناسازگار می‌گوییم، هرگاه  $A$  و  $B$  با هم رخ ندهند؛ به بیان دیگر  $A \cap B = \emptyset$  در این صورت داریم :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

۸- تعمیم پیشامدهای ناسازگار : پیشامدهای  $A_1$  و  $A_2$  و ... و  $A_n$  را دو به دو ناسازگار می‌گوییم، هرگاه هیچ دوتایی از آنها نتوانند با هم رخ دهند. در این صورت داریم :

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

۹- احتمال شرطی : منظور از «احتمال  $A$  به شرط  $B$ » که آن را با  $P(A|B)$  نمایش می‌دهیم، احتمال وقوع پیشامد  $A$  است، به شرط آنکه بدانیم پیشامد  $B$  رخ داده است و داریم :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (P(B) \neq 0)$$

۱۰- پیشامدهای مستقل : دو پیشامد  $A$  و  $B$  از هم مستقل اند هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تأثیر نداشته باشد. مستقل بودن دو پیشامد  $A$  و  $B$  معادل است با اینکه  $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ .

**پدیده قطعی:** پدیده‌ای است که نتیجه آن قابل پیش بینی باشد. مانند گرفتن یا اعلام نتایج پس از کنکور

**آزمایش یا پدیده تصادفی:** آزمایشی که نتیجه آن قبل از وقوع معلوم نباشد ولی نتایج آن مشخص باشند، یک آزمایش تصادفی یا پدیده تصادفی نامیده می‌شود. مانند پرتاب سکه و تاس نتایج آن قبل از وقوع معلوم نیست اما قابل حدس زدن می‌باشد.

**فضای نمونه:** مجموعه همه حالات ممکن یک پدیده تصادفی، فضای نمونه‌ای نامیده می‌شود و معمولاً آن را با  $S$  نمایش می‌دهیم.

**مثال:** فضای نمونه پرتاب یک سکه  $S_1 = \{ر، پ\}$ .

فضای نمونه پرتاب تاس  $S_2 = \{۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶\}$

**تذکر:** در هر آزمایش تصادفی تنها یکی از اعضای مجموعه رخ می‌دهد.

**فضای پیشامد:** به هر زیر مجموعه از فضای نمونه یک پیشامد گفته می‌شود.

مانند پیشامد زوج بودن عدد روی تاس  $A = \{۲ و ۴ و ۶\} \leftarrow A \subseteq S_2$

**تذکر:** وقتی پیشامد رخ می‌دهد که عضوی از آن پیشامد به عنوان نتیجه آزمایش، مشاهده شود.

تذکر: اگر اعضای فضای نمونه قابل شمارش باشد، فضای نمونه را گسسته می‌نامیم.

اگر اعضای فضای نمونه قابل اندازه‌گیری باشد، فضای نمونه را پیوسته می‌نامیم.

تذکر: هر زیر مجموعه تک عضوی از فضای نمونه‌ای را پیشامد ساده می‌نامیم.

تذکر: اگر فضای نمونه‌ای یک پدیده تصادفی  $n$  عضو داشته باشد، تعداد پیشامدها  $2^n$  می‌باشد.

تذکر: برای محاسبه تعداد اعضای فضای نمونه چند آزمایش با هم، حالات را در هم ضرب می‌کنیم.

(۱) فضای نمونه پرتاب دو تاس و سه سکه چند عضو دارد؟

(۱) ۲۱۶      (۲) ۱۰۸      (۳) ۲۸۸      (۴) ۱۴۴

(۲) فضای قابل شمارش به فضا یا مجموعه‌ای گویند که تعداد اعضای آن را با ... به دست می‌آوریم و آن را یک فضای نمونه‌ای .... می‌نامیم.

(۱) شمارش - شمارا      (۲) شمارش - گسسته      (۳) اندازه‌گیری - پیوسته      (۴) اندازه‌گیری - شمارا

۳) در آسانسوری ۶ نفر هستند که در ۱۰ طبقه به طور تصادفی خارج می‌شوند. اگر در هر طبقه فقط یک نفر بتواند خارج شود و کسی نیز وارد نشود، فضای نمونه‌ای حاصل چند عضو دارد؟

$$\frac{10!}{6!} \quad (۱) \quad \binom{10}{6} \quad (۳) \quad \binom{9}{5} \quad (۴)$$

۴) از بین ۲۶ حرف انگلیسی دو حرف به تصادف انتخاب می‌کنیم. فضای نمونه چند عضو دارد؟

$$335 \quad (۱) \quad 315 \quad (۲) \quad 345 \quad (۳) \quad 325 \quad (۴)$$

۵) فضای نمونه  $S = \{P, S, L, a, c\}$  را در نظر می‌گیریم. کدام مجموعه زیر یک پیشامد از این فضای نمونه به شمار نمی‌رود؟

$$A = \{\emptyset, S\} \quad (۴) \quad A = S \quad (۳) \quad A = \{P, a, c\} \quad (۲) \quad A = \{ \} \quad (۱)$$

۶) دو سکه را پرتاب می کنیم. اگر تعداد اعضای فضای نمونه را  $m$  و تعداد همه پیشامدهای ممکن را  $n$  بنامیم، نسبت  $\frac{m}{n}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

**پیشامد حتمی:** پیشامدی که اعضایش همان اعضای فضای نمونه باشند یعنی  $A = S$

**پیشامد نشدنی:** پیشامدی که عضو نداشته باشد پیشامد نشدنی گویند  $A = \emptyset$

**اعمال روی پیشامدها:** اگر  $S$  فضای نمونه یک پدیده تصادفی و  $A \subseteq S$  پیشامدی در این فضای نمونه باشد، داریم:

۱- **متمم پیشامد  $A$ :**

پیشامد  $A^c$  زمانی رخ می دهد که پیشامد  $A$  رخ ندهد.

۲- **اجتماع دو پیشامد:**

اگر  $A, B$  دو پیشامد از فضای نمونه ای  $S$  باشند، پیشامد  $A \cup B$  زمانی رخ می دهد که پیشامد  $A$  یا پیشامد  $B$  یا هر دو رخ دهد.

۳- اشتراک دو پیشامد:

اگر  $A, B$  دو پیشامد باشد، پیشامد  $A \cap B$  زمانی رخ می‌دهد که هم پیشامد  $A$  و هم پیشامد  $B$  رخ دهد.

۴- تفاضل دو پیشامد:

پیشامد  $A - B$  زمانی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ دهد ولی  $B$  رخ ندهد.

۵- پیشامدهای ناسازگار:

اگر  $A \cap B = \emptyset$  باشند در این صورت آنها را دو پیشامد ناسازگار گوئیم و  $A, B$  با هم رخ نمی‌دهند.

اصل شمول: 
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

## محاسبه احتمال:

برای محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد در فضای گسسته کافی است. تعداد اعضای فضای پیشامد را بر تعداد اعضای فضای نمونه تقسیم کنیم.

$$A \subseteq S \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

تذکر: اگر  $A$  پیشامدی از  $S$  باشد، داریم:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

## قوانین احتمالات:

۱- قانون جمع احتمالات برای دو پیشامد سازگار:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

می‌دانیم:

$$P(A \cup A') = 1 \quad P(A \cap A') = 0$$

۲- قانون جمع احتمالات برای دو پیشامد ناسازگار:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



۳- احتمال پیشامد متمم:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B)' = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

۴- تفاضل دو پیشامد A و B :

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

۷) فرض کنید  $P(A) = 0.4$ ،  $n(A) = 16$  و  $n(B) = 10$  باشد،  $P(B)$  کدام است؟

۰/۳۵ (۴)

۰/۲۵ (۳)

۰/۴ (۲)

۰/۳ (۱)

۸) در جعبه‌ای ۴ مهره آبی، ۳ مهره سیاه، ۲ مهره قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن خارج می‌کنیم با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها آبی است؟

$\frac{9}{14}$  (۴)

$\frac{10}{21}$  (۳)

$\frac{17}{42}$  (۲)

$\frac{8}{21}$  (۱)

۹- پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم‌زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\begin{array}{l} (1) \frac{1}{14} \\ (3) \frac{1}{28} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2) \frac{1}{21} \\ (4) \frac{1}{56} \end{array}$$

۱۰- ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد موردنظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

$$\begin{array}{l} (1) \frac{2}{3} \\ (3) \frac{4}{5} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2) \frac{3}{4} \\ (4) \frac{9}{10} \end{array}$$

۱۱- در پرتاب دو تاس، احتمال آن که عدد تاس اول از عدد تاس دوم کوچکتر باشد کدام است؟

$$(1) \frac{18}{36}$$

$$(2) \frac{15}{36}$$

$$(3) \frac{21}{36}$$

$$(4) \frac{12}{36}$$

۱۲- در جعبه‌ای چهار گلوله به شماره‌های ۴ و ۳ و ۲ و ۱ وجود دارد. دو گلوله را متوالیاً و بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع اعداد دو گلوله بزرگتر از ۵ باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$       (۲)  $\frac{2}{4}$       (۳)  $\frac{5}{6}$       (۴)  $\frac{11}{12}$

۱۳- درون کیسه‌ای ۷ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی قرمز و ۲ مهره‌ی زرد وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف و یکجا خارج می‌کنیم.

الف) احتمال آنکه هر سه مهره هم رنگ باشند، کدام است؟

(۱)  $\frac{39}{284}$       (۲)  $\frac{13}{143}$       (۳)  $\frac{3}{22}$       (۴)  $\frac{11}{13}$

ب) حداقل دو مهره هم‌رنگ باشد

پ ( حداکثر دو مهره هم‌رنگ باشد.

۱۴- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه حاصلضرب دو تاس مضرب ۴ باشد، چند برابر آن است که مجموع دو تاس مضرب ۴ باشد؟

$$\frac{5}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{14}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{14} \quad (۱)$$

۱۵- از جعبه‌ای که حاوی ۹ سیب سالم و ۵ سیب خراب است، سه سیب به تصادف برمی‌داریم. احتمال آنکه تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب، بیش‌تر باشد

کدام است؟

$$\frac{61}{182} \quad (۴)$$

$$\frac{59}{182} \quad (۳)$$

$$\frac{132}{182} \quad (۲)$$

$$\frac{55}{182} \quad (۱)$$

۱۶- از بین ۵ دانش‌آموز ابتدایی و ۷ راهنمایی، ۴ نفر جهت نمایش انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه حداقل ۳ نفر از افراد انتخابی دانش‌آموز راهنمایی باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{22}$  (۲)  $\frac{16}{33}$  (۳)  $\frac{15}{22}$  (۴)  $\frac{14}{33}$

۱۷- اگر  $A, B$  دو پیشامد دلخواه باشند و  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$  و  $P(A \cup B) = \frac{1}{6}$  باشد. آنگاه  $P(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{12}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۸- دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ است؟

$\frac{1}{9}$ (۲)	$\frac{1}{18}$ (۱)
$\frac{1}{3}$ (۴)	$\frac{1}{6}$ (۳)

۱۹- در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد. دو گوی به‌طور متوالی و بدون جایگذاری، به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم شماره گوی دوم از شماره گوی اول کمتر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

$\frac{1}{12}$ (۲)	$\frac{1}{16}$ (۱)
$\frac{1}{4}$ (۴)	$\frac{1}{8}$ (۳)

۲۰- به تصادف یک عدد طبیعی دورقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

$\frac{2}{5}$ (۱)	$\frac{3}{5}$ (۲)
$\frac{7}{15}$ (۳)	$\frac{8}{15}$ (۴)

۲۱- یک تاس سالم را سه بار به‌طور متوالی پرتاب می‌کنیم. احتمال روشن شدن حداقل یک بار عدد ۶، کدام است؟

$\frac{13}{36}$ (۱)	$\frac{41}{108}$ (۲)
$\frac{91}{216}$ (۳)	$\frac{31}{72}$ (۴)

### دو پیشامد مستقل:

دو پیشامد  $A$  و  $B$  را مستقل گویند هرگاه وقوع یکی بر وقوع دیگری بی تأثیر باشد، شرط استقلال (مستقل بودن) دو پیشامد آن است که  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  باشد.

تذکر: اگر  $A$  و  $B$  مستقل باشند،  $A'$  و  $B'$  و  $A'$  و  $B$  و همچنین  $A'$  و  $B'$  نیز مستقل هستند.

۲۲- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آنها انتخاب می شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

$$\frac{15}{56} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{56} \quad (۳)$$

$$\frac{17}{56} \quad (۲)$$

$$\frac{11}{56} \quad (۱)$$



۲۳- احتمال قبولی دو برادر در کنکور امسال  $\frac{0}{3}$  و  $\frac{0}{7}$  است. احتمال قبولی حداقل یکی از آنها برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{0}{21}$  (۲)  $\frac{0}{5}$  (۳)  $\frac{0}{42}$  (۴)  $\frac{0}{79}$

۲۴- چقدر احتمال دارد در یک تیم والیبال ۶ نفره همه در ماه تیر متولد شده باشند؟

- (۱)  $\frac{\binom{12}{6}}{12^6}$  (۲)  $\left(\frac{1}{12}\right)^6$  (۳)  $\frac{7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12}{12^6}$  (۴)  $\left(\frac{1}{12}\right)^{12}$

۲۵- ۵ نفر چقدر احتمال که در یک روز هفته متولد شده باشند چقدر است؟

- (۱)  $\left(\frac{1}{7}\right)^5$  (۲)  $\left(\frac{1}{7}\right)^4$  (۳)  $\frac{P(7,2)}{(7)^5}$  (۴)  $\frac{C(7,2)}{(7)^5}$

۲۶- احتمال آنکه در یک کلاس ۲۵ نفری روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد کدام است؟ (غیر کیسه)

$$(1) \left(\frac{1}{365}\right)^{25} \quad (2) \frac{P(365 \text{ و } 25)}{(365)^{25}} \quad (3) \frac{C(365 \text{ و } 25)}{(365)^{25}} \quad (4) \frac{C(365, 340)}{365^{25}}$$

۲۷- ۶ نفر که دو نفر آنها برادرند به تصادف در یک ردیف قرار می گیرند، احتمال آنکه دو برادر در اول و آخر صف واقع شوند کدام است؟

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{15} \quad (3) \frac{1}{10} \quad (4) \frac{1}{9}$$

۲۸- در کیسه‌ای ۵ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به طور تصادفی ۲ مهره از کیسه خارج می‌کنیم، سپس مهره دیگری را خارج می‌کنیم. احتمال آبی بودن مهره‌ی سوم چقدر است؟

- (۱)  $\frac{5}{8}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۲۹- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رؤیت خارج می‌کنیم، سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

- (۱)  $\frac{1}{11}$  (۲)  $\frac{2}{11}$  (۳)  $\frac{4}{11}$  (۴)  $\frac{5}{22}$

۳۰- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر  $P(A \cap B) = 1/6$ ،  $P(A \cup B) = 5/6$  و با فرض  $P(B') > P(B)$ ، احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

- (۱)  $5/4$  (۲)  $5/3$  (۳)  $5/2$  (۴)  $5/25$

۳۱- در جعبه‌ای ۶ مهره سفید، ۴ مهره سیاه است. دو مهره به صورت پی‌درپی و بدون جایگذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهره دوم، سفید است؟

$$\frac{5}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{5}{72} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{64} \quad (۳)$$

۳۲- از ۴ دانش‌آموز سال اول و ۵ دانش‌آموز سال دوم، ۶ نفر به تصادف برای شرکت در یک اردو انتخاب شده‌اند. احتمال آنکه ۲ نفر از سال اول و ۴ نفر از سال دوم انتخاب شوند، کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{14} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{14} \quad (۱)$$

۳۳- در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟

- (۱)  $\frac{1}{85}$       (۲)  $\frac{2}{75}$       (۳)  $\frac{3}{8}$       (۴)  $\frac{4}{7}$

۳۴- در یک خانواده ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$       (۲)  $\frac{9}{16}$       (۳)  $\frac{5}{8}$       (۴)  $\frac{3}{8}$

۳۵- از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جای گذاری بیرون می آوریم. سپس کارت دوم را خارج می کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم رنگ هستند؟

$$\frac{2}{7} (1) \quad \frac{5}{14} (2) \quad \frac{3}{7} (3) \quad \frac{4}{7} (4)$$

۳۶- حروف کلمه ATAXIA را بریده به طور تصادفی کنار هم قرار می دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می گیرند؟

$$\frac{1}{6} (1) \quad \frac{1}{5} (2) \quad \frac{1}{4} (3) \quad \frac{1}{3} (4)$$

۳۷- اگر  $P(A \cup B) = 4P(A \cap B)$  حاصل  $\frac{P(A)+P(B)}{P(A \cup B)-2P(A \cap B)}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۸- اگر  $A, B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند، به طوریکه  $P(A) = 0.6$  و  $P(B) = 0.7$

و  $P(A \cap B) = 0.2$  باشند آنگاه  $P(A' \cap B)$  کدام است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۴ (۴) ۰/۱

۳۹- در پرتاب دو تاس احتمال آنکه هر دو تاس فرد ظاهر شود، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{3}{8}$

۴۰- اگر  $P(A \cap B) = P(A) = P(B) = P(A' \cap B')$  آنگاه  $P(A-B)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{11}$  (۳)  $\frac{3}{11}$  (۴)  $\frac{4}{11}$

۴۱- در پرتاب سه تاس، مجموع اعداد رو شده‌ی سه تاس بزرگتر از ۱۶ باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{36}$  (۳)  $\frac{1}{54}$  (۴)  $\frac{1}{16}$



۴۲- خانواده‌ای دارای سه فرزند است:

آ: احتمال آنکه هر سه فرزند پسر باشد.

ب: حداکثر یکی از آنها پسر باشد.

پ: تعداد دخترها بیشتر از تعداد پسرها باشد.

ت: فقط فرزند اول پسر باشد.

ث: فرزند اول پسر باشد.

ج: حداقل یک پسر داشته باشد.

چ: پسر نداشته باشد.

ح: پدر مریم دو پسر داشته باشد.

۴۳- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است احتمال آنکه تعداد پسرها بیش از تعداد دخترها باشد چقدر کمتر از آن است که خانواده ۲ پسر و ۲ دختر داشته باشد؟

$$(۱) \frac{۳}{۱۶} \quad (۲) \frac{۱}{۱۶} \quad (۳) \frac{۱}{۸} \quad (۴) \frac{۳}{۸}$$

۴۴- تاسی را پرتاب می‌کنیم، A، پیشامد آمدن {۲ و ۳ و ۴} و B پیشامد آمدن اعداد فرد باشد احتمال آن که حداقل یکی از A یا B رخ دهند کدام است؟

$$(۱) \frac{۳}{۴} \quad (۲) \frac{۵}{۶} \quad (۳) \frac{۲}{۳} \quad (۴) \frac{۲۵}{۳۶}$$

۴۵- فرض کنید در جامعه‌ای درصد نوع خون به شرح زیر باشد:

نوع A ۴۱٪ نوع AB ۴٪ نوع B ۹٪ نوع O ۴۶٪

اگر فرد مجروحی را در نظر بگیریم، احتمال آنکه گروه خونی او O یا B باشد کدام است؟

(۱) ۰/۴۴ (۲) ۰/۵۵ (۳) ۰/۵۰ (۴) ۰/۱۳

۴۶- در خانواده ۴ فرزندی احتمال آنکه فرزندان یک در میان پسر باشند یا ۲ فرزند پسر داشته باشد کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{16}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

### تعمیم (ناسازگاری)

اگر  $A_1, A_2, \dots, A_n$  پیشامدهایی باشند که دو به دو با هم نتوانند رخ دهند، در این صورت می‌گوییم این پیشامدها دو به دو ناسازگارند و داریم:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

۴۷- فرض کنید در جامعه‌ای درصد نوع خون به شرح زیر باشد:

نوع A ۴۱٪، نوع AB ۴٪، نوع B ۹٪، نوع O ۴۶٪

فردی را در نظر می‌گیریم احتمال آنکه یکی از سه گروه خونی A، B یا AB باشد، چقدر است؟

(۱) ۰/۵۰ (۲) ۰/۵۴ (۳) ۰/۶۴ (۴) ۰/۴۴

۴۸- خانواده‌ای دارای سه فرزند است احتمال آنکه دو فرزند اول پسر باشد چند برابر آن است که فقط دو فرزند اول پسر باشد؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳)  $\frac{1}{2}$       (۴)  $\frac{4}{3}$

۴۹- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است احتمال آنکه فرزند اول و دوم پسر و فرزند سوم و چهارم دختر باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{16}$       (۲)  $\frac{3}{16}$       (۳)  $\frac{1}{16}$       (۴)  $\frac{7}{16}$

## احتمال غیر هم‌شانس

در هر آزمایش تصادفی، عددی را به هر نتیجه آزمایش نسبت می‌دهیم این عدد متغیر تصادفی است و آنها را با حروف بزرگ  $X$ ,  $Y$  و ... نشان می‌دهیم.

۵۰- در پرتاب دو سکه متغیر تصادفی  $X$  تعداد حالات رو آمدن سکه است. ابتدا متغیرهای تصادفی را یافته، سپس احتمال هر یک را بیابید.

## توزیع احتمال:

اگر متغیر تصادفی  $X$  مقادیر  $x_1, x_2, \dots, x_n$  را با احتمالات  $P_1, P_2, \dots, P_n$  بیابند، داریم :

$X$	$x_1$	$x_2$	.....	$x_n$
$P(X=x)$	$P_1$	$P_2$	.....	$P_n$

که جدول توزیع احتمال می‌باشد و دارای دو اصل کلی است:

۱- در هر تابع احتمال هر عضو عددی مثبت بین صفر و یک است.

۲- در هر تابع احتمال مجموع احتمالات مساوی ۱ است.

۵۱- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۴ موش سیاه داریم. می‌خواهیم ۳ موش از بین آنها انتخاب کنیم. فرض کنید  $X$  تعداد موشهای سفید انتخاب شده باشد. ابتدا متغیرهای تصادفی را بیابید. سپس جدول توزیع احتمال را بیابید.

۵۲- اگر جدول زیر یک تابع توزیع احتمال باشد آنگاه  $P(X = 2)$  کدام است؟

$X$	۰	۱	۲	۳	۴
$P(X=x)$	$a$	$2a$	$5a$	$7a$	$3a$
		$\frac{7}{18}$ (۴)	$\frac{2}{18}$ (۳)	$\frac{5}{18}$ (۲)	$\frac{1}{18}$ (۱)

۵۳- ۵ نفر دهنده  $a_1$  ،  $a_2$  ،  $a_3$  ،  $a_4$  ،  $a_5$  در یک مسابقه دو شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برد  $a_2$  دو برابر  $a_1$  و  $a_3$  سه برابر  $a_2$  و  $a_4$  چهار برابر  $a_3$  و  $a_5$  پنج برابر  $a_4$  باشد.

احتمال آنکه  $a_1$  یا  $a_4$  برنده شوند کدام است؟

$$\frac{25}{153} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{153} \text{ (۲)} \quad \frac{26}{153} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{153} \text{ (۴)}$$

۵۴- تاسی داریم که احتمال آمدن هر رو متناسب با عدد روی تاس است احتمال آنکه تاس را یکبار بیاندازیم و عددزوج بدست آید کدام است؟

$$\frac{1}{21} \text{ (۱)} \quad \frac{4}{7} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{21} \text{ (۳)} \quad \frac{11}{21} \text{ (۴)}$$



## احتمال شرطی:

فرض کنید  $A$ ,  $B$  دو پیشامد باشند به قسمی که  $P(B) > 0$  در این صورت اگر  $B$  رخ داده باشد، احتمال وقوع  $A$  را با نماد  $P(A|B)$  نشان داده

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{و داریم:}$$

۵۵- تاسی را پرتاب می‌کنیم احتمال آنکه عدد ۲ ظاهر شود بشرط آنکه بدانیم عدد زوج ظاهر شده باشد چقدر است؟

$$\frac{1}{4} (۱) \quad \frac{1}{3} (۲) \quad \frac{1}{6} (۳) \quad \frac{1}{4} (۴)$$

۵۶- در آزمایشگاهی ۳ موش سیاه و ۲ موش سفید هست. یک موش سفید انتخاب کرده‌ایم، می‌خواهیم موش دیگری انتخاب کنیم. احتمال آنکه این موش نیز سفید باشد کدام است؟

$$\frac{1}{4} (۱) \quad \frac{2}{3} (۲) \quad \frac{3}{4} (۳) \quad \frac{1}{4} (۴)$$

۵۷- اگر  $A, B$  دو پیشامد مستقل  $P(A - B) = \frac{1}{3}$  و  $P(A'|B') = \frac{1}{4}$  ، حاصل  $P(B-A')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$       (۲)  $\frac{1}{6}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{3}$

احتمال شرطی و استقلال پیشامدها:

اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل باشند یعنی وقوع یکی بر دیگری تأثیر نداشته باشد، داریم :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \quad , \quad P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = P(B)$$

۵۸- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است، اگر فرزند اول پسر باشد، احتمال آنکه ۳ فرزند دیگر دختر باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$       (۲)  $\frac{1}{8}$       (۳)  $\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۵۹- توزیع ۱۰۰ عدد از محصولات کارخانه‌ای به صورت مقابل است.

ارزان	متوسط	گران	قیمت نوع
۱۵	۲۵	۵	A
۱۰	۳۵	۱۰	B

یک محصول انتخاب می‌کنیم:

الف) اگر ارزان باشد، احتمال آنکه از نوع A باشد کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$       (۲)  $\frac{1}{3}$       (۳)  $\frac{5}{9}$       (۴)  $\frac{2}{11}$

ب) اگر از نوع B باشد، احتمال آنکه گران باشد کدام است؟

$$\frac{2}{11} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۱)}$$

قانون احتمال کل (فرمول کلی احتمال)

اگر مجموعه S به چند مجموعه مانند  $B_1, B_2, B_3$  افراز شده باشد و A یک پیشامد از مجموعه S باشد، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(A|B_1) \times P(B_1) + P(A|B_2) \times P(B_2) + P(A|B_3) \times P(B_3)$$

این قانون قابل تعمیم است یعنی:

$$\bigcup E_i = S, \quad E_i \cap E_j = \emptyset, \quad i \neq j$$

$$P(E) = \sum_{i=1}^n P(E_i) \times P(E|E_i)$$

۶۰- مثال: اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر ۸٪ و نوزاد دختر ۳٪ باشد و خانواده‌ای قصد بچه‌دار شدن داشته باشد،

به چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟

$$P(E) = P(B) \times P(E|B) + P(A) \times P(E|A)$$

$$= \frac{1}{7} \times 0.08 + \frac{1}{7} \times 0.03$$

$$= \frac{8}{700} + \frac{3}{700} = \frac{11}{700}$$

بچه‌دار شدن = E

A = دختر

B = پسر

۶۱- مثال: ۴ ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۴ مهره قرار دارد که ۴ تایی آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره‌ها قرمزند. در ظرف سوم ۸ مهره قرار دارد که ۶ تایی آنها قرمزند و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کردیم و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟

R = قرمز

$$P(R) = P(A) \times P(R|A) + P(B) \times P(R|B) + P(C) \times P(R|C) + P(D) \times P(R|D)$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0$$



۶۲- مثال: سامان در یک مسابقه شرکت کرده است. سه بسته سؤال که یکی شامل سؤال های ادبیات، یکی ریاضی و یکی اطلاعات عمومی است، وجود دارد. اگر بسته سؤال های ادبیات را به او بدهند، به احتمال ۹۰ درصد برنده خواهد شد. اگر بسته سؤال های ریاضی را به او بدهند، به احتمال ۶۰ درصد و اگر بسته سؤال های اطلاعات عمومی را به او بدهند، به احتمال ۸۵ درصد برنده خواهد شد. در صورتی که با چرخاندن عقربه چرخان در شکل مقابل نوع سؤال هایی که به او داده می شود مشخص شود تعیین کنید او به چه احتمالی برنده خواهد شد؟

$$P(K) = P(A) \times P(K|A) + P(R) \times P(K|R) + P(E) \times P(K|E)$$

$$= \frac{5}{11} \times 0.9 + \frac{2}{11} \times 0.6 + \frac{4}{11} \times 0.85$$



۶۳- مثال: دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟

$$P(\text{سبز}) = \frac{6}{11} \times \frac{6}{12} + \frac{4}{11} \times \frac{5}{12} = \frac{36 + 20}{132} = \frac{56}{132}$$

۶۴- ۱) دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟

۶۵- ۲) فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۲۰ درصد کودک و نوجوان، ۵۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته‌ها به ترتیب ۳ درصد، ۵ درصد و ۱ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟

۶۶- ۳ یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را با هم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟

۶۷- ۴ در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع  $A$ ، ۲ تا از نوع  $B$  و ۱۵ تا از نوع  $C$  وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع  $A$ ،  $\frac{4}{5}$ ، برای نوع  $B$ ،  $\frac{9}{10}$  و برای نوع  $C$ ،  $\frac{1}{4}$  است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟



۶۸- ۵ مینا در انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته ریاضی را انتخاب کند، به احتمال  $\frac{45}{100}$ ، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال  $\frac{1}{10}$  و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال  $\frac{3}{100}$  در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته ریاضی را انتخاب کند  $\frac{1}{10}$ ، احتمال اینکه رشته تجربی را انتخاب کند  $\frac{6}{100}$  و احتمال اینکه رشته انسانی را انتخاب کند  $\frac{3}{100}$  باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟

۶۹- ۶ مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۲۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند. اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی معدلی بالای ۱۸ دارد؟

$$\begin{aligned}
 &P(B) = \frac{1}{3} \\
 &P(A) = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad P(A) + P(B) = 1 \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \\
 &P(A) = \frac{2}{3} \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad \text{الف)} \\
 &P(\text{بالای ۱۸}) = \frac{2}{3} \times \frac{25}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{15}{100} = \frac{70 + 15}{300} = \frac{85}{300} = \frac{17}{60}
 \end{aligned}$$

۷۰- احتمال انتقال یک بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر  $0/12$  و به فرزند دختر  $0/09$  می باشد. والدینی که حامل این نوع بیماری هستند انتظار فرزندى دارند احتمال آنکه فرزند سالم باشد کدام است؟

- (۱)  $0/499$  (۲)  $0/895$  (۳)  $0/910$  (۴)  $0/880$

۷۱- ظرف A محتوی ۵ مهره سفید و ۱۱ سیاه و ظرف B محتوی ۳ مهره سفید و ۹ مهره سیاه و ظرف C فقط مهره های سفید دارد. یک ظرف را به تصادف انتخاب کردیم و یک مهره از آن خارج می کنیم. احتمال سفید بودن آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{48}$  (۲)  $\frac{23}{48}$  (۳)  $\frac{19}{48}$  (۴)  $\frac{25}{48}$

۷۲- در جعبه A سه مهره قرمز، ۴ مهره آبی و در جعبه B، ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد، یکی از دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن جعبه خارج می‌کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟

$$(۱) \frac{۴۱}{۷۰} \quad (۲) \frac{۴۳}{۷۰} \quad (۳) \frac{۴۱}{۶۰} \quad (۴) \frac{۴۳}{۶۰}$$

۷۳- در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، در جعبه دوم ۳ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و ۲ مهره با هم از آن بیرون می‌آوریم با کدام احتمال هر ۲ مهره سفید است؟

$$(۱) \frac{۳۱}{۱۶۸} \quad (۲) \frac{۱۱}{۵۶} \quad (۳) \frac{۱۷}{۸۴} \quad (۴) \frac{۱۳}{۵۶}$$

۷۴- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب،  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{1}{2}$  است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال  $\frac{1}{25}$ ،  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{3}{5}$  در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

(۱)  $\frac{20}{55}$

(۲)  $\frac{29}{55}$

(۳)  $\frac{20}{25}$

(۴)  $\frac{29}{25}$

۷۵- احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشته A، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب،  $\frac{1}{45}$ ،  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{5}$  است. اگر او یکی از سه رشته A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب با احتمال  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{3}$  در آن رشته پذیرفته می‌شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه‌اش پذیرفته می‌شود؟

(۱)  $\frac{1}{245}$

(۲)  $\frac{1}{24}$

(۳)  $\frac{1}{195}$

(۴)  $\frac{1}{19}$

۷۶- دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه "رو" یا هر دو "پشت" ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیراینصورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به "پشت" ظاهر می‌شود؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{1}{4} & (۲) \quad \frac{1}{2} \\ (۳) \quad \frac{3}{4} & (۴) \quad \frac{3}{8} \end{array}$$

۷۷- سه ظرف یکسان داریم که هرکدام به‌ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به‌ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{1}{3} & (۲) \quad \frac{131}{560} \\ (۳) \quad \frac{1}{5} & (۴) \quad \frac{17}{120} \end{array}$$

۷۸- تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رولده یک عدد فرد است، احتمال اینکه لاقل یکی از تاس‌های رولده ۳ باشد، کداد است؟ (یا تغییر)

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{1}{2} & (۲) \frac{3}{4} \\ (۳) \frac{1}{3} & (۴) \frac{23}{54} \end{array}$$

۷۹- در جعبه اول ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. از جعبه اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه دوم می‌اندازیم. سپس دو مهره از جعبه دوم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لاقل یکی از این دو مهره، سفید است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \frac{20}{27} & (۲) \frac{34}{45} \\ (۳) \frac{38}{45} & (۴) \frac{23}{27} \end{array}$$

۸۰- سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف دو مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

$\frac{11}{18}$ (۲)	$\frac{1}{3}$ (۱)
$\frac{13}{18}$ (۴)	$\frac{25}{36}$ (۳)

۸۱- بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب  $\frac{7}{8}$ ،  $\frac{8}{9}$  و  $\frac{9}{10}$  است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟

$\frac{29}{36}$ (۲)	$\frac{25}{36}$ (۱)
$\frac{31}{36}$ (۴)	$\frac{30}{36}$ (۳)

۸۲- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه جدید، معیوب است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{۵}{۲۴} & (۲) \quad \frac{۱۱}{۴۸} \\ (۳) \quad \frac{۱۳}{۴۸} & (۴) \quad \frac{۷}{۲۴} \end{array}$$

۸۳- ۵۲٪ جمعیت کشوری را زنان و ۴۸٪ بقیه را مردان تشکیل می‌دهند. اگر ۸ درصد زنان و ۹ درصد مردان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد جمعیت این کشور تحصیلات دانشگاهی خواهند داشت؟

$$(۱) \quad ۰/۰۸۴۸ \quad (۲) \quad ۰/۰۷۳۹ \quad (۳) \quad ۰/۰۸۴۴ \quad (۴) \quad ۰/۰۷۳۸$$

۸۴- احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند ۰/۰۲۵ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۰/۲ است.  $\frac{۲}{۵}$  کارگران یک کارگاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری به تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند با کدام احتمال این بیماری منتقل می‌شود؟

$$(۱) \quad ۰/۱۳ \quad (۲) \quad ۰/۱۴ \quad (۳) \quad ۰/۱۵ \quad (۴) \quad ۰/۱۶$$

...



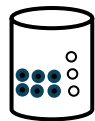
۸۵- چهار درصد پسران و یک درصد دختران پیش دانشگاهی عینکی هستند و در ضمن ۶۰ درصد دانش آموزان پیش دانشگاهی دختر می باشند. یکی از دانش آموزان را به تصادف انتخاب می کنیم، اگر عینکی باشد احتمال اینکه دختر باشد، چقدر است؟

۸۶- در کلاسی ۶۰٪ دانشجویان را دختران و بقیه را پسران تشکیل می دهند. اگر ۳۰٪ پسران و ۲۰٪ دختران در درس ریاضی قبول شده باشند و دانشجویی به تصادف انتخاب شود،

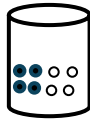
الف) با چه احتمالی این دانشجو در درس ریاضی قبول شده است؟

ب) اگر در درس ریاضی قبول شده باشد، با چه احتمالی دختر است؟

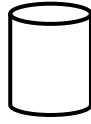
۸۷- سه ظرف یکسان مطابق شکل زیر قرار گرفته است (ظرف سوم خالی است). از ظرف اول دو مهره و از ظرف دوم سه مهره به تصادف خارج و در ظرف سوم می‌ریزیم، سپس از ظرف سوم یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال آنکه مهره سفید باشد، چقدر است؟ اگر مهره خارج شده سفید باشد، احتمال آنکه از ظرف اول باشد، چقدر است؟



ظرف اول



ظرف دوم



ظرف سوم

۸۸- در جعبه‌ای سه ظرف وجود دارد. ظرف A شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه، ظرف B شامل ۵ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و ظرف C شامل تنها تعدادی مهره سفید است. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب می‌کنیم و سپس مهره‌ای از آن و به تصادف خارج می‌کنیم. اگر مشاهده کنیم مهره خارج شده سفید است با چه احتمالی این مهره از ظرف C خارج شده است؟

۸۹- در دو جعبه به ترتیب ۳۰ و ۲۰ عدد لامپ همانند وجود دارد. در جعبه اول ۵ عدد لامپ معیوب و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب موجود است. از اولی ۱۰ لامپ و از دومین ۸ لامپ به تصادف انتخاب می‌کنیم و آن‌ها را به صورت درهم در جعبه‌ای جدید قرار می‌دهیم. از این جعبه به تصادف لامپی برمی‌داریم:  
الف) احتمال آنکه لامپ انتخاب شده از جعبه جدید، سالم باشد چقدر است؟

ب) اگر بدانیم لامپ انتخاب شده از جعبه جدید سالم است، با کدام احتمال این لامپ از جعبه اول خارج شده است؟

۹۰- ۵۵ درصد جمعیت کشوری را زنان و ۴۵ درصد بقیه را مردان تشکیل می‌دهند. ۶۰ درصد زنان و ۷۰ درصد مردان باسواد می‌باشند. شخصی به تصادف از بین آنان انتخاب می‌کنیم. اگر شخص انتخاب شده باسواد باشد، آنگاه احتمال آنکه مرد باشد، چقدر است؟

$$(۱) \frac{۲۷}{۴۳} \quad (۲) \frac{۲۱}{۴۳} \quad (۳) \frac{۴۱}{۸۶} \quad (۴) \frac{۴۷}{۸۶}$$